සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි All Rights Reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

තුන්වන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2026
Third Term Test - Grade 13 - 2026

Combined Mathematics - I
සංයුක්ත ගණිතය

B කොටස

- ❖ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

11. a. $ax^2+bx+c=0$ හි මූල α,β ය. $lx^2+mx+n=0$ හි මූල γ,δ ය. $\alpha\gamma+\beta\delta,\alpha\delta+\beta\gamma$ මූල ලෙස ඇති සමීකරණය $a^2l^2x^2-ablmx+nl\left(b^2-2ac\right)+ac\left(m^2-2nl\right)=0$ බව පෙන්වන්න.

b. $\dfrac{1}{x+p}+\dfrac{1}{x+q}=\dfrac{1}{r}, x\neq -p, x\neq -q$ වේ.

p,q හා r නිශ්ශුන්‍ය නියත වන ඉහත වර්ගජ සමීකරණයේ මූල විශාලත්වයෙන් සමාන නමුත් ලකුණෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ. මූලවල ගුණිතය $-\dfrac{1}{2}\left(p^2+q^2\right)$ බව පෙන්වන්න.

c. $f(x)$ බහු පද ශ්‍රිතය x^2-x-6 න් බෙදූ විට ශේෂය $7x-8$ වේ නම්,

i. $f(x)$ බහු පද ශ්‍රිතය $x+2$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

ii. $f(x)=2x^4+ax^3-20x^2-27x+b$ නම්, a හා b හි අගයයන් සොයන්න. a හා b හි මෙම අගයයන් සඳහා $f(x)=7x-8$ සමීකරණය විසඳන්න.

12. a. පන්දු යැවීමට හැකි සිව්දෙනෙක් ද කඩුලු රැකීමට හැකි දෙදෙනෙක් ද පන්දු යැවීමට හෝ කඩුලු රැකීමට හෝ නොහැකි ඉතිරි ක්‍රීඩකයින් කිහිපදෙනෙක් ද ඇතුළත් ක්‍රීඩකයින් 16දෙනෙක් අතරින් ක්‍රීඩකයින් 11දෙනෙකුගෙන් සමන්විත ක්‍රිකට් කණ්ඩායමක් සකස් කර ගත යුතුව ඇත.

i. හරියට ම පන්දු යවන්නන් 3දෙනෙක් ද එක් කඩුලු රකින්නෙක් ද සමන්විත වන පරිදි

ii. අවම වශයෙන් පන්දු යවන්නන් 3දෙනෙක් හා අවම වශයෙන් එක් කඩුලු රකින්නෙක් ද සමන්විත වන පරිදි ක්‍රිකට් කණ්ඩායම සකස් කර ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

b. $(2\times 1!),(5\times 2!),(10\times 3!),(17\times 4!),(26\times 5!),........$ අනුක්‍රමයේ n වැනි පදය $U_r=\lambda(r+2)!+\mu(r+1)!+\gamma r!$ ආකාරයේ සම්බන්ධයක් සපුරාලනු ලැබේ. $r=1,2$ සහ 3 යෙදීමෙන් λ,μ සහ v සොයන්න. $r=4$ සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න. ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $\sum_{r=1}^{n} Ur=n(n+1)!$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{n} Ur$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ ප්‍රතිඵලය සත්‍යාපනය කරන්න.

13. a. $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ සහ $C=\begin{pmatrix} 5 \\ 13 \end{pmatrix}$ නම්, $AB=C$ වන පරිදි a සහ b හි අගයයන් සොයන්න.

ඉහත a සහ b අගයයන් සඳහා $A^2=5A+2I$ බව පෙන්වන්න.

A හි ප්‍රතිලෝමය A^{-1} මගින් නිරූපණය වන අතර I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ. තවදුරටත්

i. $A^3=27A+10I$ ii. $A^{-1}=\frac{1}{2}(A-5I)$

බව පෙන්වන්න. **ඒනයින්** A^{-1} සොයන්න.

b. $z=\dfrac{2+2i}{1-i}$ සහ $w=\dfrac{4}{1-\sqrt{3}i}$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සලකමු. z හි මාපාංකය හා w හි මාපාංකය ගණනය කරන්න. z හි විස්තාරය හා w හි විස්තාරය සොයන්න.

ආර්ගන්ඩ් සටහනක $z=\dfrac{2+2i}{1-i}$ සහ $w=\dfrac{4}{1-\sqrt{3}i}$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන්න. $z+w$ හි පිහිටීම සොයන්න.

A , B සහ C ලක්ෂ්‍ය මගින් පිළිවෙලින් $z, z+w$ සහ w යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය වේ. ආර්ගන්ඩ් සටහනේ මූලය O මගින් නිරූපණය වේ. $OABC$ චතුරස්‍රය හා $z+w$ හි විස්තාරය සලකා $\tan\dfrac{5\pi}{12}=2+\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

c. $z=\cos\theta+i\sin\theta; -\pi<\theta\leq\pi$ සහ $n\in z^{+}$ ලෙස සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් අර්ථ දක්වා ඇත. ද මුවාවර් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

i. $z^n+\dfrac{1}{z^n}=2\cos n\theta$

ii. $z^n-\dfrac{1}{z^n}=2i\sin n\theta$

iii. $8\sin^4\theta=\cos4\theta-4\cos2\theta+3$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින් $8\sin^4\theta+5\cos2\theta=3$ සමීකරණය විසඳන්න; මෙහි $-\pi<\theta\leq\pi$ වේ.

14. a. $x\neq1$ සඳහා $f(x)=\dfrac{-2x}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

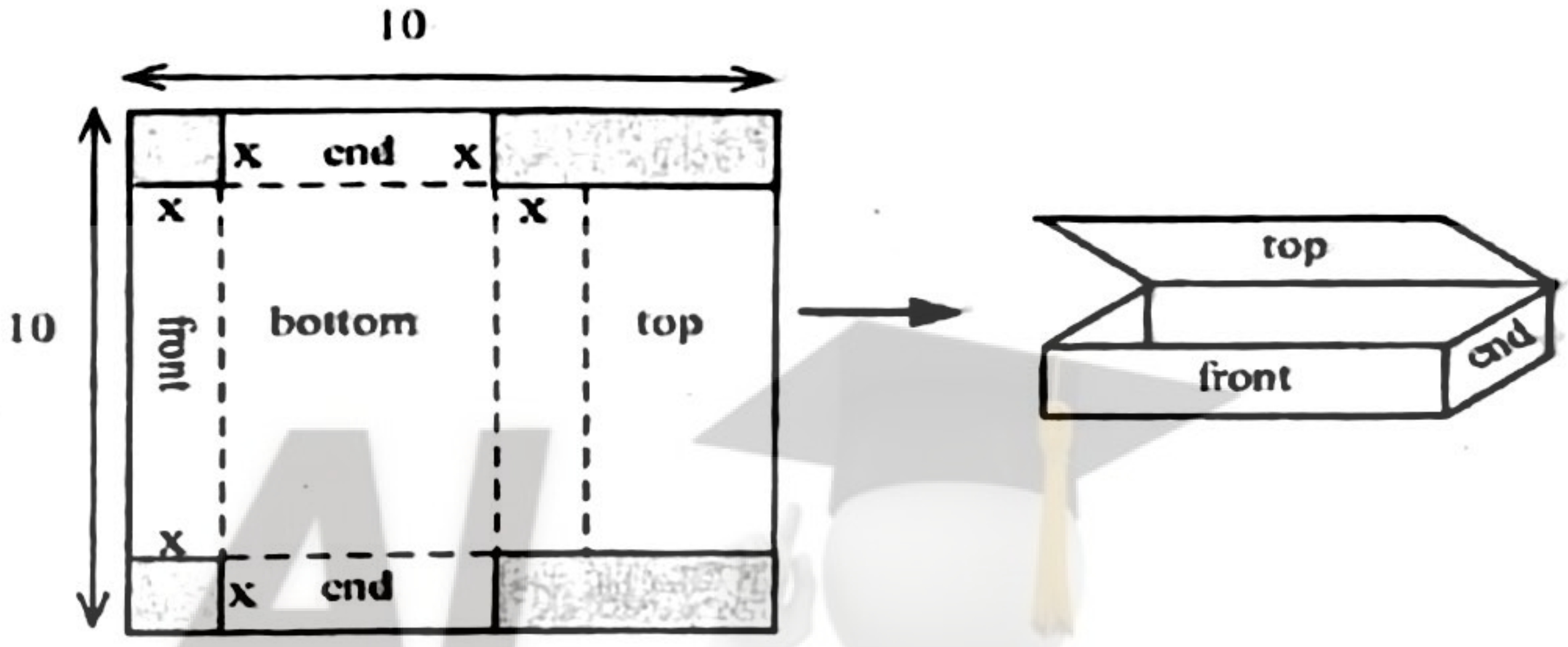
$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x\neq1$ සඳහා $f'(x)=\dfrac{2(x+1)}{(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $f(x)$ හි වැඩි වන පරාසයන් හා $f(x)$ හි අඩු වන පරාසයන් සොයන්න. තව ද $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = -\dfrac{4(x+2)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත. නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය, y - අන්තඃඛණ්ඩය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b. රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග $10\,cm$ වූ සමචතුරස්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක් භාවිතයෙන් පෙට්ටියක් සඳහා සැකසූ පතරොමකි.



එම පෙට්ටියේ පරිමාව V නම්, $V = 2(25x - 10x^2 + x^3)$ බව පෙන්වන්න. පරිමාව උපරිම වන පරිදි පෙට්ටියේ මාන සොයන්න.

15. a. $\dfrac{4}{(1-u)^2(1+u)} = \dfrac{A}{(1-u)^2} + \dfrac{B}{1-u} + \dfrac{C}{1+u}$ වන පරිදි A, B සහ C නියත සොයන්න. ඒනයින් $\dfrac{4}{(1-u)^2(1+u)}$ යන්න u විෂයයෙන් අනුකලනය කරන්න. ඒනයින් සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{4}{\cos x(1-\sin x)}dx = 2 + \ln 3$ බව පෙන්වන්න.

b. සුදුසු ආදේශයක් හා කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන් $\int e^{\sin^{-1}x}dx$ සොයන්න.

c. $\dfrac{d}{dx}(2^x)$ සොයන්න. c නියතයක් වන විට, $\displaystyle\int_{-c}^{c} \frac{2^x}{2^x+1}dx$ හි අගය සොයන්න.

$0 \leq c \leq \pi/2$ වන විට, $I = \displaystyle\int_{-c}^{c} \frac{\cos x}{1+2^x}dx$ සහ $J = \displaystyle\int_{-c}^{c} \frac{2^x \cos x}{1+2^x}dx$ නම්,

i. $x = -t$ ආදේශය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $I = J$ බව පෙන්වන්න.

ii. $I + J$ ලබා ගන්න.
ඒනයින්, $c = \pi/6$ වන විට J හි අගය සොයන්න.

16. $ax+by+c=0$ සරල රේඛාවට (h,k) ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති ලම්බ දුර $\left|\frac{ah+bk+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

කේන්ද්‍රය C වන $(x+4)^2+(y+2)^2=25$ වෘත්තය මත A හා B ලක්ෂ්‍ය පවතී. A හා B හි දී වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක $D(3,-3)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී හමු වේ.

i. A හා B හි දී වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල සමීකරණය සොයන්න.

ii. A හා B හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

iii. $A\hat{D}B$ කෝණයේ අගය සොයන්න.

iv. D ලක්ෂ්‍යයේ සිට වෘත්තයට ඇති උපරිම හා අවම දුරවල් සොයන්න.

v. $ADBC$ චතුරස්‍රයේ හා ADB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵල සොයන්න.

vi. ADB ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. තව ද එම වෘත්තය බණ්ඩාංක අක්ෂ සමග සාදන අන්තඃඛණ්ඩ සොයන්න.

17. *a.* $x^2+mx+n=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල $\tan 30^\circ$ හා $\tan 15^\circ$ වේ නම්, එවිට $2+n-m$ හි අගය සොයන්න.

b. ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්, **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර, සාධනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ A, B හා C කෝණ සමාන්තර ශ්‍රේණියක පවතී. $B=60^\circ$ හා $a^2-ac+c^2=b^2$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\cos\left(\frac{A-C}{2}\right)=\frac{a+c}{2\sqrt{a^2-ac+c^2}}$ බව පෙන්වන්න.

c. $0\le x\le \pi$ නම්, $16^{\sin^2 x}+16^{\cos^2 x}=10$ සමීකරණය විසඳන්න.